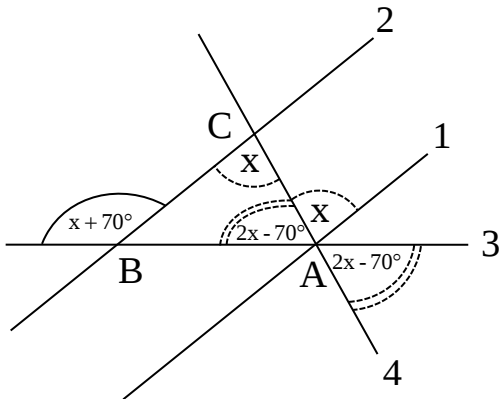


פתרון מלא - מבחן 11

שאלה 1:

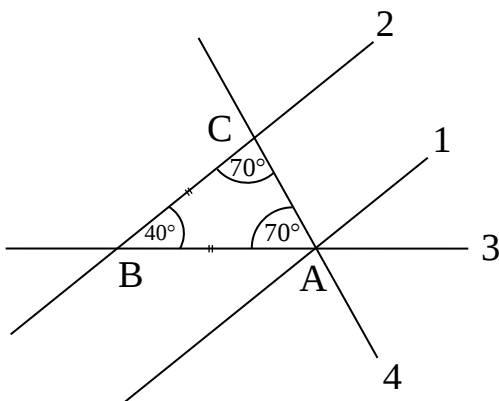


א. נתון שהישרים 1 ו-2 מקבילים ונחתכים על ידי ישר שלישי. שתי הזוויות המסומנות בקשת מקווקוות יחידה הן זוויות מתחלפות (נמצאות בין הישרים המקבילים אך בצדדים שונים של ישר החיתוך) השוות זו לזו. לכן מתקיים: $\angle C = x$. שתי הזוויות המסומנות בקשת מקווקוות כפולה הן זוויות קודקודיות השוות זו לזו. לכן, במשולש $\triangle ABC$ מתקיים: $\angle A = 2x - 70^\circ$

הזוויות $\angle B$ ו- $\angle C$ הן זוויות חיצוניות למשולש $\triangle ABC$ ולכן שווה לסכום הזוויות $\angle A$ ו- $\angle C$ שאינן צמודות לה. נשתמש בתכונה זו כדי למצוא את x :

$$\angle B = \angle A + \angle C \rightarrow x + 70^\circ = (2x - 70^\circ) + x \rightarrow x + 70^\circ = 3x - 70^\circ$$

$$\rightarrow 140^\circ = 2x \rightarrow \boxed{x = 70^\circ}$$



ב. נציב את ערך x שמצאנו בסעיף א' כדי למצוא את זוויות המשולש $\triangle ABC$.

זוויות הבסיס שוות זו לזו ולכן המשולש $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים. נסיק ש: $AB = BC$.

עבור כל זוג צלעות וזוויות במשולש מתקיים:

מול הזווית הגדולה מהשתיים נמצאת הצלע הארוכה ומול הזווית הקטנה מהשתיים נמצאת הצלע הקצרה.

במשולש $\triangle ABC$ מול הצלעות AB ו- BC זוויות שגודלן 70° ואילו מול הצלע AC זווית שגודלה 40° . נסיק שהצלעות AB ו- BC שתיהן ארוכות מהצלע AC .

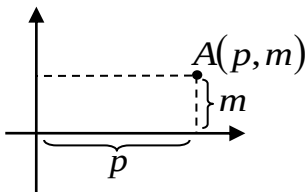
לכן, הטענה הנכונה היא 2: $AC < BC = AB$.

שאלה 2:

$$\frac{1}{18} \cdot \frac{p+3m}{18} = 15 - \frac{9}{2} \cdot \frac{p+3m}{2} \quad / \cdot 18$$

א. נכפול את המשוואה במכנה המשותף 18 ונקבל:

$$\rightarrow p+3m=270-9(p+3m) \rightarrow p+3m=270-9p-27m \rightarrow 10p+30m=270 \quad / :10$$

נחלק את שני האגפים ב-10 ונקבל: $\frac{10p}{10} + \frac{30m}{10} = \frac{270}{10}$ ולאחר צמצום: $\boxed{p+3m=27}$ 

ב. נשרטט לפי הנתונים. ניתן לראות בשרטוט כי אורך הצלע הארוכה של המלבן שווה לשיעור ה-x של הנקודה A ואורך הצלע הקצרה של המלבן שווה לשיעור ה-y של הנקודה A.

כלומר, אורכי צלעות המלבן הם p ו-m ובהתאם היקף המלבן הוא: $2m+2p$.לפי הנתון היקף המלבן הוא 34 יח"ר ולכן מתקבלת המשוואה: $\boxed{2m+2p=34}$

$$\begin{cases} p+3m=27 \\ 2m+2p=34 \end{cases}$$

כדי למצוא את ערכי הפרמטרים p ו-m נפתור את מערכת המשוואות שקיבלנו:

$$\begin{cases} (p+3m) \cdot 2 = 27 \cdot 2 \\ 2m+2p=34 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2p+6m=54 \\ 2m+2p=34 \end{cases}$$

נכפול ב-2 את שני אגפי המשוואה העליונה ונקבל:

$$-\begin{cases} 2p+6m=54 \\ 2m+2p=34 \end{cases}$$

נחסר את המשוואה התחתונה מהמשוואה העליונה:

ולאחר החיסור נקבל: $4m=20$.נחלק ב-4 את שני האגפים כדי למצוא את m: $\boxed{m=5}$

נציב במשוואה העליונה המקורית כדי למצוא את p:

$$p+3m=27 \rightarrow p+3 \cdot (5)=27 \rightarrow p+15=27 \rightarrow \boxed{p=12}$$

שאלה 3:

א. הנוסחה לחישוב שיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות היא: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

נמצא תחילה את שיפוע הישר AO העובר בנקודות $O(0,0)$ ו- $A(8,4)$: $m_{AO} = \frac{4-0}{8-0} \rightarrow \boxed{m_{AO} = \frac{1}{2}}$

לפי הנתון, שיפוע BO גדול פי ארבעה משיפוע AO. כלומר, שיפוע BO הוא: $m_{BO} = 4 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{m_{BO} = 2}$

הנוסחה למציאת קו ישר באמצעות נקודה ושיפוע היא: $y - y_1 = m(x - x_1)$. נמצא את משוואת הישר BO:

שיפוע הישר BO הוא 2 והוא עובר בנקודה $O(0,0)$ לכן משוואת BO היא: $y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow \boxed{y = 2x}$

ב. לפי הנתון, המרחק בין הנקודה B וציר ה-x הוא 8 יח' אורך ומכאן ששיעור ה-y של B הוא: $y_B = 8$.

נציב את שיעור ה-y במשוואת הישר BO ונמצא את שיעור ה-x של הנקודה B:

$$y = 2x \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x_B = 4$$

כלומר, שיעורי הנקודה B הם: $B(4,8)$.

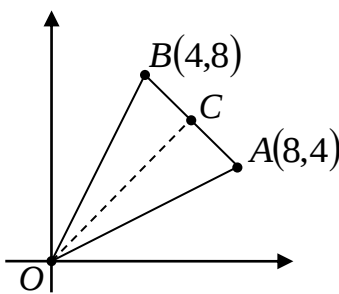
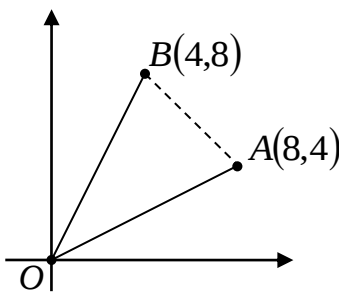
נעביר את הישר AB כמתואר בשרטוט משמאל ונמצא את משוואתו.

נחשב את שיפוע הישר AB בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות:

$$m_{AB} = \frac{8-4}{4-8} \rightarrow m_{AB} = \frac{4}{-4} \rightarrow \boxed{m_{AB} = -1}$$

שיפוע הישר AB הוא -1 והוא עובר בנקודה $A(8,4)$ ומכאן שמשוואתו היא:

$$y - 4 = -1(x - 8) \rightarrow y - 4 = -x + 8 \rightarrow \boxed{y = -x + 12}$$



ג. 1. $y = -3x$: לא. כפי שניתן לראות בשרטוט משמאל, הישר CO עולה ולכן

שיפועו בהכרח חיובי. כלומר לא יתכן ששיפוע הישר CO שלילי.

2. $y = 3x$: לא. הישר CO עובר בין הישרים AO ו-BO ששיפועיהם 0.5 ו-2

בהתאמה ולכן שיפוע CO צריך להיות בין 0.5 לבין 2. לא יתכן ששיפוע CO

הוא גדול מ-2.

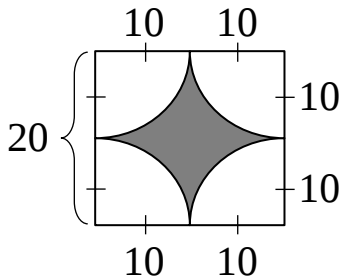
3. $y = x + 1$: לא. הישר CO עובר בראשית הצירים בעוד שהישר $y = x + 1$ אינו עובר דרכה.

4. $y = 1.5x$: כן. בהתאם להסבר של סעיף ג' 2, שיפוע CO יכול להיות 1.5.

בנוסף, הישר $y = 1.5x$ עובר בראשית הצירים כנדרש.

שאלה 4:

א. נתון שהיקף הריבוע הוא 80 ס"מ. משום שהיקף הריבוע מורכב מסכום ארבע צלעות שוות נחשב את צלע הריבוע באופן הבא:



$$\frac{80}{4} = 20 \rightarrow \boxed{\text{אורך צלע הריבוע} = 20 \text{ ס"מ}}$$

הנוסחה לחישוב שטח ריבוע שאורך צלעו הוא a היא: $S = a^2$.
אורך צלע הריבוע הוא 20 ס"מ ולכן נחשב:

$$20^2 = 400 \rightarrow \boxed{\text{שטח הריבוע} = 400 \text{ סמ"ר}}$$

כל אחת מצלעות הריבוע מורכבת משני רדיוסים שווים של רבעי מעגל ולכן:

$$\frac{20}{2} = 10 \rightarrow \boxed{\text{אורך הרדיוס} = 10 \text{ ס"מ}}$$

הנוסחה לחישוב שטח מעגל היא: $S = \pi r^2$.

השטח הלבן מורכב מארבעה רבעי עיגול ולכן שווה לשטח עיגול שלם.

במקום לחשב בנפרד את שטחי ארבעת רבעי העיגול נחשב ישירות שטח עיגול שלם שאורך רדיוסו 10 ס"מ:

$$S = \pi \cdot 10^2 = 100\pi = \boxed{\text{השטח הלבן} = 314.16 \text{ סמ"ר}}$$

נחשב את השטח האפור בעזרת חיסור שטחים:

$$= \boxed{\text{השטח האפור} = 85.84 \text{ סמ"ר}} \rightarrow 400 - 314.16 = \text{השטח האפור} = \text{השטח הלבן} - \text{שטח הריבוע}$$

נחשב איזה אחוז מכלל שטח הריבוע, מהווה השטח האפור הכלוא בין רבעי העיגול:

$$\frac{\text{השטח האפור}}{\text{שטח הריבוע}} \cdot 100\% = \frac{85.84}{400} \cdot 100\% = \boxed{21.46\%}$$

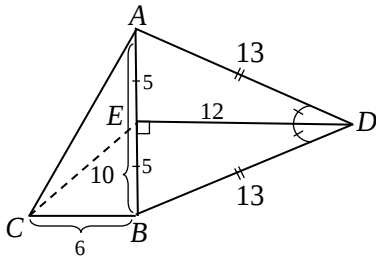
ב. היקף השטח האפור מורכב מקשתות ארבעה רבעי מעגל שרדיוסם 10 ס"מ ולכן היקפו שווה להיקף מעגל שלם שרדיוסו הוא 10 ס"מ.

נזכיר את הנוסחה לחישוב היקף מעגל: $P = 2\pi r$.

לכן, עבור מעגל שרדיוסו 10 ס"מ:

$$\boxed{P = 2\pi \cdot 10 = 20\pi = 62.83} \text{ היקף השטח האפור : (ס"מ)}$$

שאלה 6:



א. נתון המשולש שווה השוקיים $\triangle ABD$ ואורך השוק 13 ס"מ $AD =$.
 לכן מתקיים בנוסף: $BD = 13$ ס"מ.

היקף המשולש מורכב מסכום שלוש צלעותיו: כיוון שנתון שהיקף $\triangle ABD$ הוא 36 ס"מ נחשב את אורך הצלע AB באופן הבא:

$$P_{\triangle ABD} = AB + AD + BD \rightarrow 36 = AB + 13 + 13 \rightarrow \boxed{AB = 10 \text{ ס"מ}}$$

הישר DE הוא חוצה זווית הראש במשולש שווה השוקיים $\triangle ABD$. במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם התיכון ולכן DE חוצה את הצלע AB .
 קיבלנו ש: $BE = AE = 5$ ס"מ.

בכל משולש שווה שוקיים, ולכן גם עבור $\triangle ABD$, חוצה זווית הראש מתלכד עם הגובה ולכן DE מאונך לבסיס AB . מכאן שהמשולש $\triangle ADE$ הוא ישר זווית.

בכל משולש ישר זווית, עבור הניצבים a ו- b והיתר c , מתקיים משפט פיתגורס: $a^2 + b^2 = c^2$.

במשולש $\triangle AED$ נתון אורך היתר $AD = 13$ וחישבנו את אורך הניצב $AE = 5$.

נציב את האורכים האלו במשפט פיתגורס כדי למצוא את אורך הניצב DE ונקבל:

$$AE^2 + DE^2 = AD^2 \rightarrow 5^2 + DE^2 = 13^2 \rightarrow 25 + DE^2 = 169 \rightarrow DE^2 = 144 \rightarrow \boxed{DE = 12}$$

נחשב את שטח המשולש ישר הזווית $\triangle ADE$ באמצעות הצבת אורכי הניצבים AE ו- DE בנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$\text{שטח המשולש } \triangle ADE = \frac{AE \cdot DE}{2} \rightarrow \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$$

לסיכום, שטח המשולש $\triangle ADE$ הוא 30 סמ"ר.

ב. נתון ששטחי המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ADE$ שווים. מכאן ששטחו של המשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ הוא

30 סמ"ר ומצאנו כבר שאורך הניצב 10 ס"מ $AB =$.

נציב בנוסחה לחישוב שטח משולש ישר זווית:

$$S = \frac{\text{ניצב 1} \cdot \text{ניצב 2}}{2} \rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} \rightarrow 30 = \frac{10 \cdot BC}{2} \rightarrow \boxed{BC = 6 \text{ ס"מ}}$$

ג. עבור טרפז שאורך בסיסיו הם a ו- b ואורך הגובה הוא h השטח יהיה: $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$

ולכן עבור הטרפז $BCED$:

$$S_{BCED} = \frac{(BC + ED) \cdot EB}{2} \rightarrow S_{BCED} = \frac{(6 + 12) \cdot 5}{2} \rightarrow S_{BCED} = 45 \text{ סמ"ר}$$

שאלה 7:

נתונה המשוואה: $\frac{(x+1)(x+2)}{2} + \frac{(x+2)(x+3)}{4} = \frac{3(x+1)(x+3)}{4}$ הגורם המשותף של 2 ו-4 הוא 4:

$$\frac{(x+1)(x+2)}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4} + \frac{(x+2)(x+3)}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4} = \frac{3(x+1)(x+3)}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4} : 4$$

$$2 \cdot (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) = 3(x+1)(x+3) \quad \text{ולאחר הצמצום:}$$

$$2x^2 + 6x + 4 + x^2 + 5x + 6 = 3x^2 + 12x + 9 \quad \text{לאחר פתיחת סוגריים:}$$

$$3x^2 + 11x + 10 = 3x^2 + 12x + 9 \quad \text{לאחר כינוס איברים:}$$

$$11x + 10 = 12x + 9 \quad \text{נחסר } 3x^2 \text{ משני האגפים:}$$

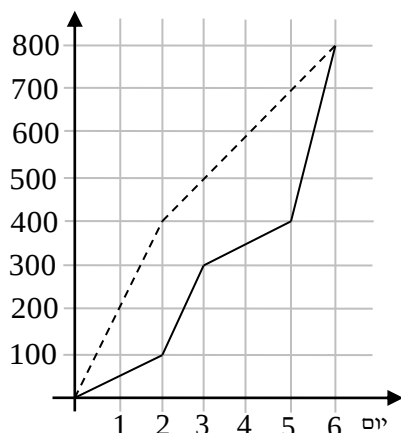
$$10 = x + 9 \quad \text{נחסר } 11x \text{ משני האגפים:}$$

$$\boxed{x=1} \quad \text{נחסר 9 משני האגפים:}$$

שאלה 8:

הקו הרציף מתאר את המכירות של ליעד והקו המקוטע מתאר את המכירות של יובל.
נסדר את הנתונים בטבלה:

כמות
ספרים



ספרים שמכר יובל	ספרים שמכר ליעד	סך מכירות לאותו יום	סך מכירות מפתיחת החנות	
200	50	250	250	1
200	50	250	500	2
100	200	300	800	3
100	50	150	950	4
100	50	150	1100	5
100	400	500	1600	6
800	800	סה"כ		

א. לפי העמודה הרביעית, המציגה את סך המכירות הכולל של שני המוכרים מפתיחת החנות, עד סוף היום השני נמכרו בסך הכל 500 ספרים.

ב. לפי העמודה השלישית, המציגה את סך מכירות הספרים ליום מסוים, היום בו השניים מכרו יחד יותר ספרים מאשר במהלך כל יום אחר הוא יום 6 בו נמכרו 500 ספרים.

ג. 1) ביומיים הראשונים יובל מכר מחצית מכמות הספרים שמכר במשך התקופה כולה.
נכון, ביום הראשון מכר יובל 200 ספרים וכך גם ביום השני - סך של 400 ספרים שהוא מחצית מ-800 הספרים שמכר במשך התקופה כולה.
2) במהלך היום השלישי, יובל מכר יותר ספרים מליעד.
לא נכון, במהלך היום השלישי יובל מכר רק 100 ספרים ואילו ליעד מכר 200 ספרים.
3) ביום שבו ליעד מכר הכי הרבה ספרים, יובל מכר 100 ספרים.
נכון, היום בו מכר ליעד הכי הרבה ספרים היה יום 6, בו מכר 400 ספרים. ביום זה מכר יובל 100 ספרים.

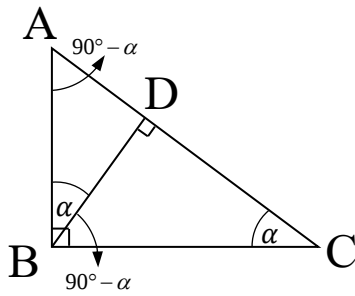
4) עד סוף היום החמישי, מכרו השניים יחד 1,000 ספרים.
לא נכון, עד סוף יום 5 מכרו השניים יחד 1100 ספרים.

לסיכום, ההיגדים הנכונים הם 1 ו-3.

ד. במהלך התקופה כולה מכר ליעד בסה"כ 800 ספרים. אם נסכום את כמות הספרים שמכר בכל יום נוכל לקבוע ש: עד סוף היום ה- $3/4$ (5) 6 ליעד מכר מחצית (400) מכמות הספרים שמכר במשך התקופה כולה.

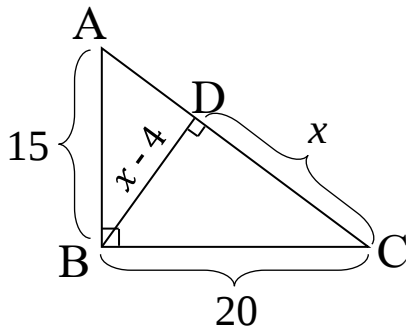
שאלה 9:

א.



סימון	$\angle BCD = \alpha$
נתון BD גובה ליתר AC	$\angle BDC = 90^\circ$
השלמה ל- 180° במשולש $\triangle BCD$	$\angle CBD = 90^\circ - \alpha$
	$\angle ABD = \angle ABC - \angle CBD$
	$\downarrow$
חיסור זוויות	$\angle ABD = \angle 90^\circ - (90^\circ - \alpha)$
	$\downarrow$
	$\angle ABD = \angle 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$
נתון BD גובה ליתר AC	$\angle BDA = \angle 90^\circ$
השלמה ל- 180° במשולש $\triangle ABD$	$\angle BAD = \angle 90^\circ - \alpha$
לשני המשולשים שלוש זוויות שוות ולכן המשולשים דומים.	$\triangle ABD \sim \triangle BCD$

ב.



נתון	$BC = 20$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ
סימון + נתון BD קצר ב-4	$BD = x - 4$, $DC = x$
סימון + נתון DC מ-4	

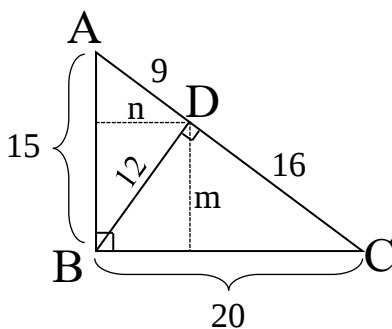
לפי הדמיון שהוכח בסעיף א' מתקיים היחס: $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD} = \frac{AD}{BD}$

נציב בצמד השמאלי את האורכים הנתונים ואת אלו שסימנו ונקבל:

$$\frac{15}{20} = \frac{x-4}{x} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x-4}{x} \rightarrow 3x = 4x - 16 \rightarrow \boxed{x=16}$$

נציב את ערך ה-x שמצאנו ואת הערכים הנתונים בצמד השמאלי:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AD}{BD} \rightarrow \frac{12}{16} = \frac{AD}{12} \rightarrow \boxed{AD=9}$$



ג. הנוסחה לחישוב שטח משולש ישר זווית: $S = \frac{\text{ניצב 1} \cdot \text{ניצב 2}}{2}$

ולכן: $S_{\triangle BCD} = \frac{BD \cdot DC}{2} = 96$ $S_{\triangle ABD} = \frac{BD \cdot AD}{2} = 54$

נזכיר שניתן לחשב שטח משולש גם לפי: $S = \frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס}}{2}$

כעת נסמן את הגובה היורד מ-D אל הצלע BC ב-m ואת הגובה היורד מ-D אל הצלע AB ב-n ונציב:

$$S_{\triangle BCD} = \frac{BC \cdot m}{2} = 96 \rightarrow \frac{20 \cdot m}{2} = 96 \rightarrow m = 9.6$$

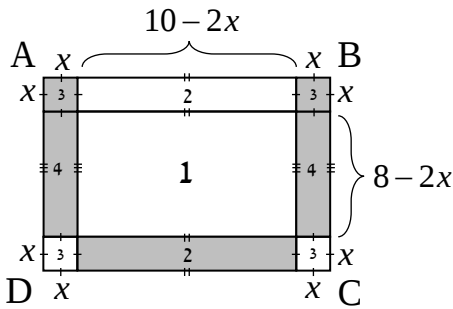
$$S_{\triangle ABD} = \frac{AB \cdot n}{2} = 54 \rightarrow \frac{15 \cdot n}{2} = 54 \rightarrow n = 7.2$$

$$P = 2m + 2n = 2 \cdot 9.6 + 2 \cdot 7.2 = 33.6$$

נחשב את היקף המלבן:

לסיכום, היקף המלבן הוא 33.6 ס"מ.

שאלה 10:



א. תשעת המרובעים שבשרטוט הם ריבועים או מלבנים ולכן בכולם נקבל שכל זוג צלעות נגדיות שוות זו לזו (כל הצלעות השוות מסומנות בשרטוט).

כל המרובעים בשרטוט בעלי אותו האורך והרוחב הם שוי שטח ומסומנים בשרטוט באותו המספר.

נתון $AB = 10$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ ולאחר חיסור קטעים נקבל שאורך המלבן הלבן הפנימי הוא $10 - 2x$ ורוחבו הוא $8 - 2x$. נבטא באמצעות x את שטחי המרובעים הלבנים:

$$S_1 = (10 - 2x) \cdot (8 - 2x) = 80 - 20x - 16x + 4x^2 = 4x^2 - 36x + 80$$

$$S_2 = (10 - 2x) \cdot x = 10x - 2x^2$$

$$S_3 = x \cdot x = x^2$$

וכיוון שקיימים שני ריבועים לבנים (S_3) סכום השטחים הלבנים הוא:

$$S_{\text{שטחים לבנים}} = S_1 + S_2 + 2 \cdot S_3 = (4x^2 - 36x + 80) + (10x - 2x^2) + 2 \cdot x^2 = \boxed{4x^2 - 26x + 80}$$

נבטא באמצעות x את שטחם של ארבעת הריבועים יחד: $S_4 = 4 \cdot S_3 = 4 \cdot x^2 = 4x^2$

נתון שסכום השטחים הלבנים בשרטוט גדול ב-54 סמ"ר מסכום שטחי ארבעת הריבועים ולכן נציב:

$$S_4 + 54 = S_{\text{שטחים לבנים}} \rightarrow 4x^2 + 54 = 4x^2 - 26x + 80$$

$$\rightarrow 54 = -26x + 80 \rightarrow 26x = 26 \rightarrow \boxed{x = 1}$$

ב. נציב את ערך x שמצאנו כדי לחשב את סכום השטחים הלבנים:

$$S_{\text{שטחים לבנים}} = 4x^2 - 26x + 80 = 4 \cdot 1^2 - 26 \cdot 1 + 80 = 58 \text{ סמ"ר}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC \rightarrow 10 \cdot 8 = 80 \text{ סמ"ר}$$

נחסר משטח המלבן ABCD את סכום השטחים הלבנים כדי למצוא את סכום השטחים האפורים:

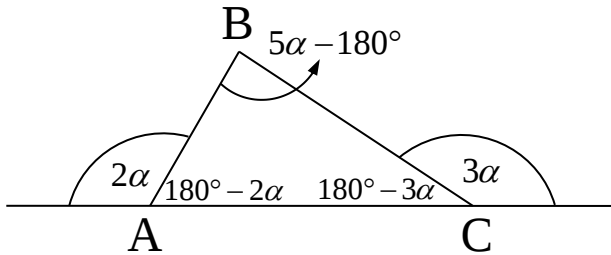
$$S_{\text{שטחים אפורים}} = S_{ABCD} - S_{\text{שטחים לבנים}} = 80 - 58 = 22 \text{ סמ"ר}$$

נבדוק בכמה אחוזים קטן סכום השטחים האפורים מסכום השטחים הלבנים:

$$S_{\text{שטחים לבנים}} - \frac{p}{100} \cdot S_{\text{שטחים אפורים}} = S_{\text{שטחים אפורים}} \rightarrow 58 - \frac{p}{100} \cdot 58 = 22 \rightarrow -\frac{p}{100} \cdot 58 = -36 \rightarrow$$

$$\frac{p}{100} = 0.6209 \rightarrow p = 62.09\%$$

שאלה 11:



הזווית הימנית $\angle C$ והזווית השמאלית $\angle C$
משלימות ל- 180° ולכן: $\angle C_{\text{שמאלית}} = 180^\circ - 3\alpha$

הזווית השמאלית $\angle A$ והזווית הימנית $\angle A$
משלימות ל- 180° ולכן: $\angle A_{\text{ימנית}} = 180^\circ - 2\alpha$

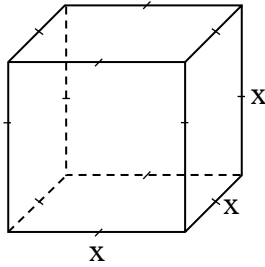
סכום זוויות במשולש $\triangle ABC$ הוא 180° ולכן נקבל:

$$\angle B + \angle A_{\text{ימנית}} + \angle C_{\text{שמאלית}} = 180^\circ \rightarrow \angle B + 180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 3\alpha = 180^\circ$$

$$\rightarrow \angle B + 360^\circ - 5\alpha = 180^\circ \rightarrow \angle B - 5\alpha = -180^\circ \rightarrow \boxed{\angle B = 5\alpha - 180^\circ}$$

לכן התשובה הנכונה היא 3: $5\alpha - 180^\circ$.

שאלה 12:



א. בקוביה כל המקצועות שווים ולכן נוכל לסמן את אורך הבסיס, רוחב הבסיס ואת גובה הקובייה ב- x .

שטח מעטפת הקוביה מורכב מסכום שטחי 4 פאות הצד. כיוון שבקוביה ארבע פאות הצד חופפות נחשב:

$$S_{\text{מעטפת}} = 4 \cdot S_{\text{פאת הצד}} = 4 \cdot x \cdot x = 4x^2$$

שטח הפנים של הקוביה מורכב מסכום שטחי 4 פאות הצד וגם סכום שטחי הבסיס העליון והבסיס התחתון. כיוון שבקוביה שני הבסיסים חופפים נחשב:

$$S_{\text{פנים}} = 2 \cdot S_{\text{בסיס}} + S_{\text{מעטפת}} = 2 \cdot x \cdot x + 4x^2 = 2x^2 + 4x^2 = 6x^2$$

נחשב את היחס בין שטח הפנים של הקוביה לבין שטח המעטפת:

$$\frac{S_{\text{פנים}}}{S_{\text{מעטפת}}} = \frac{6x^2}{4x^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

לסיכום, היחס בין שטח הפנים של הקוביה לבין שטח המעטפת שלה הוא תמיד 3:2.

ב. שטח הפנים של הקוביה גדול ב-32 סמ"ר משטח המעטפת. נציב במשוואה:

$$S_{\text{פנים}} = S_{\text{מעטפת}} + 32 \rightarrow 6x^2 = 4x^2 + 32 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

לסיכום, אורך מקצוע הקוביה הוא 4 ס"מ.

שאלה 13:

א. לפי הנתון בשאלה נסמן: $x =$ מחירו של קלסר יחיד

מחירה של דפדפת יחידה נמוך ב-10 ש"ח ממחירו של קלסר יחיד: מחירה של דפדפת יחידה $x - 10 =$

מוריה רכשה שלושה קלסרים וחמש דפדפות ולכן: מחיר הקנייה הכולל $3 \cdot x + 5 \cdot (x - 10) =$

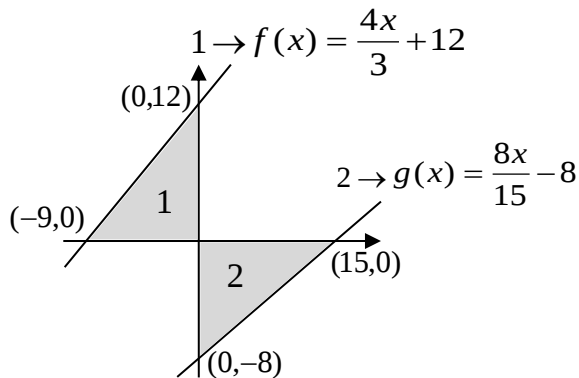
למוריה היו 150 ש"ח אך סכום זה לא הספיק לרכישה שתכננה. מכאן שעלות הקנייה הכוללת גבוהה יותר (גדולה מ-) מ-150 ש"ח ולכן אי השוויון המתאים לנתוני השאלה הוא: $2 : 3x + 5(x - 10) > 150$.

ב. נתון $x = 30$. נציב כדי למצוא את העלות הכוללת של הקנייה:

$$3 \cdot x + 5 \cdot (x - 10) \rightarrow 3 \cdot 30 + 5 \cdot (30 - 10) = 190$$

למוריה היו 150 ש"ח ולכן כדי להשלים את הקניה היא זקוקה ל-40 ש"ח נוספים.

שאלה 14:



א. הפונקציה $f(x)$ מייצגת קו ישר התואם לצורה

הכללית $y = mx + n$. המספר החופשי (n)

בפונקציה $f(x)$ הוא 12 ולכן נקודת החיתוך של

הישר עם ציר ה-y תהיה בקרן החיובית.

לכן, לפונקציה $f(x)$ מתאים גרף 1.

ב. לפי סעיף א' נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר

ה-y תהיה: $(0, 12)$. כדי למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה-x נציב $y = 0$ בפונקציה:

$$f(x) = \frac{4x}{3} + 12 \rightarrow 0 = \frac{4x}{3} + 12 \rightarrow -12 = \frac{4x}{3} \rightarrow -36 = 4x \rightarrow x = -9$$

נקודת החיתוך של גרף 1 עם ציר ה-x היא $(-9, 0)$.

המספר החופשי בפונקציה $g(x)$ הוא -8 ולכן נקודת החיתוך שלו עם ציר ה-y תהיה: $(0, -8)$.

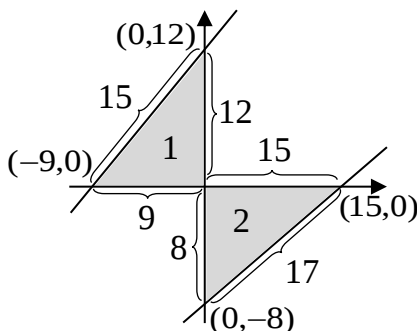
כדי למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה-x נציב $y = 0$ בפונקציה:

$$g(x) = \frac{8x}{15} - 8 \rightarrow 0 = \frac{8x}{15} - 8 \rightarrow 8 = \frac{8x}{15} \rightarrow 120 = 8x \rightarrow x = 15$$

נקודת החיתוך של גרף 2 עם ציר ה-x היא $(15, 0)$.

המרחק של נקודה על הציר מראשית הצירים (נקודת האפס) הוא תמיד חיובי ולכן בהתאם לנקודות

שמציאנו ניתן לחשב את אורכי הניצבים של שני המשולשים בשרטוט:



בכל משולש ישר זווית, עבור הניצבים a ו-b והיתר c, מתקיים משפט

פיתגורס: $a^2 + b^2 = c^2$.

נציב את אורכי הניצבים של שני המשולשים במשפט פיתגורס כדי

לחשב את אורך היתר בכל משולש:

$$\text{משולש 1: } 12^2 + 9^2 = (\text{יתר})^2 \rightarrow 225 = (\text{יתר})^2 \rightarrow \boxed{\text{יתר} = 15}$$

$$\text{משולש 2: } 8^2 + 15^2 = (\text{יתר})^2 \rightarrow 289 = (\text{יתר})^2 \rightarrow \boxed{\text{יתר} = 17}$$

נקבל שהיקף משולש 1 הוא: $P_1 = 9 + 12 + 15 = 36$ והיקף משולש 2 הוא: $P_2 = 8 + 15 + 17 = 40$.

לכן נסיק ש: $P_2 > P_1$.

שאלה 15:

$$\frac{x^4 + 2x^3}{x^2} + \frac{x^2 + 2x}{2x + 4} = \frac{x^3 + 4x}{2x^2 + 8} : \text{נתונה המשוואה}$$

$$\frac{x^3(x+2)}{x^2} + \frac{x(x+2)}{2(x+2)} = \frac{x(x^2+4)}{2(x^2+4)} : \text{לאחר הוצאת גורם משותף מתאים מכל מחובר נקבל:}$$

נחשב את המאפסים של כל אחד משלושת המכנים כדי למצוא את קבוצת ההצבה של המשוואה:

מדובר על סכום של שני ביטויים חיוביים ולכן הוא לעולם לא יתאפס.

$$2(x^2 + 4) \neq 0 \quad \leftarrow \text{אין השפעה על קבוצת ההצבה.}$$

$$x + 2 \neq 0 \quad \leftarrow \quad \boxed{x \neq -2}$$

$$x^2 \neq 0 \quad \leftarrow \quad \boxed{x \neq 0}$$

לאחר שמצאנו את קבוצת ההצבה נחזור לפתרון המשוואה:

$$\frac{x^3(x+2)}{x^2} + \frac{x(x+2)}{2(x+2)} = \frac{x(x^2+4)}{2(x^2+4)} : \text{נצמצם את כל הביטויים האפשריים:}$$

$$x(x+2) + \frac{x}{2} = \frac{x}{2} : \text{לאחר הצמצום:}$$

$$x(x+2) = 0 \quad \text{נחסר } \frac{x}{2} \text{ משני האגפים:}$$

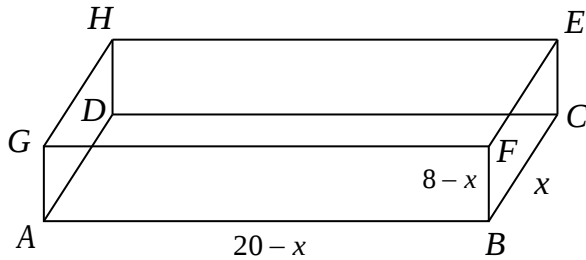
קיבלנו מכפלה של שני גורמים ששווה ל-0 ולכן אחד מהם חייב להיות שווה ל-0.

נשווה כל גורם בנפרד ל-0 כדי למצוא את הפתרונות האפשריים עבור המשוואה:

$$\begin{array}{c} x(x+2) = 0 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \boxed{x_1 = 0} \quad \quad x + 2 = 0 \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \boxed{x_2 = -2} \end{array}$$

שני הפתרונות שקיבלנו אינם נמצאים בתוך קבוצת ההצבה ולכן נסיק שלמשוואה אין פתרון.

שאלה 16:



א. הנעלם x מייצג את אורך מקצוע הבסיס BC ומבוטאים בעזרתו אורכי שאר מקצועות התיבה. כיוון שכל אחד מהביטויים הללו מייצג אורך עליהם להיות חיוביים. לכן חייב להתקיים:

- עבור המקצוע BC: $0 < x$.
- עבור המקצוע AB: $0 < 20 - x$ ולכן $x < 20$.
- עבור המקצוע BC: $0 < 8 - x$ ולכן $x < 8$.

כאשר נאחד את שלושת התנאים האלה נקבל שטווח הערכים האפשרי עבור x הוא: $0 < x < 8$.

לכן, מבין 4 האפשרויות בסעיף, התשובה הנכונה היחידה היא 1: יתכן ש: $x = 7$.

ב. לפי השרטוט: $AB = 20 - x$ וגם $BF = 8 - x$.

הפאות בתיבה הן מלבניות ולכן עבור ABFG מתקיים: $AB = FG$ וגם $BF = AG$ כיוון שצלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו.

נחבר את אורכי צלעות המלבן ABFG ונחשב את היקפו:

$$P_{ABFG} = AB + FG + BF + AG = (20 - x) + (8 - x) + (20 - x) + (8 - x) = 56 - 4x$$

לסיכום, היקף הפאה ABFG הוא: $56 - 4x$.

ג. נשווה את הביטוי המייצג את היקף הפאה ABFG לאפשרויות הנתונות ונפסול את אלו עבורם נקבל ערך x שאינו תואם את טווח הערכים שחושב בסעיף א' לפי $0 < x < 8$:

$$(1) \quad 56 - 4x = 60 \quad \leftarrow \quad -4x = 4 \quad \leftarrow \quad x = -1 \quad \text{לא מתאים לטווח הערכים שחושב.}$$

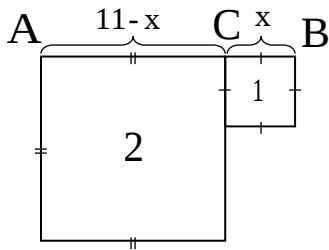
$$(2) \quad 56 - 4x = 48 \quad \leftarrow \quad -4x = -8 \quad \leftarrow \quad x = 2 \quad \text{מתאים לטווח הערכים שחושב.}$$

$$(3) \quad 56 - 4x = 20 \quad \leftarrow \quad -4x = -36 \quad \leftarrow \quad x = 9 \quad \text{לא מתאים לטווח הערכים שחושב.}$$

$$(4) \quad 56 - 4x = 56 \quad \leftarrow \quad -4x = 0 \quad \leftarrow \quad x = 0 \quad \text{לא מתאים לטווח הערכים שחושב.}$$

לסיכום, התשובה הנכונה היחידה היא 2: היקף הפאה ABFG יכול להיות 48 ס"מ.

שאלה 17:



נתון 11 ס"מ AB . נסמן את הנקודה C כמתואר בשרטוט.
נסמן את אורך הצלע BC ב- x ולאחר חיסור קטעים נקבל ש: $AC = 11 - x$.

הנוסחה לחישוב שטח ריבוע שאורך צלעו הוא a היא: $S = a^2$.
אורך צלע ריבוע 2 הוא $11 - x$ ולכן נקבל:

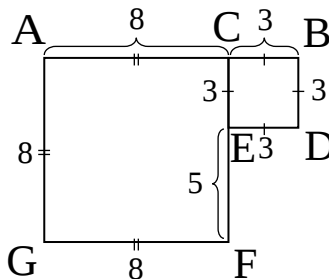
$$S_2 = (11 - x)^2 = 121 - 22x + x^2$$

$$S_1 = x^2$$

אורך צלע ריבוע 1 הוא x ולכן נקבל:

נתון ששטחו של ריבוע 2 גדול ב-55 סמ"ר משטחו של ריבוע 1.
נציב את הנתונים במשוואה כדי למצוא את x :

$$S_{ACFG} = S_{BDEC} + 55 \rightarrow 121 - 22x + x^2 = x^2 + 55 \rightarrow 121 - 22x = 55 \rightarrow -22x = -66 \rightarrow \boxed{x = 3}$$



נציב את ערך x שמצאנו ונקבל: $BC = 3$ ס"מ ו- $AC = 8$ ס"מ.

כיוון שבריבוע כל הצלעות שוות זו לזו נקבל בריבוע ACFG ש- $CE = 3$ ס"מ.
ש- $CF = 8$ ס"מ ובריבוע BDEC ש- $CE = 3$ ס"מ.

נחשב את אורך EF בעזרת חיסור קטעים: $EF = CF - CE = 8 - 3 = 5$.

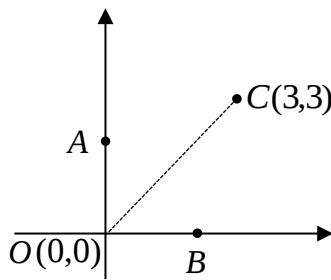
כעת נחשב את היקף הצורה כולה:

$$P = AB + BD + DE + EF + FG + AG = 11 + 3 + 3 + 5 + 8 + 8 = 38$$

לסיכום, היקף הצורה כולה הוא 38 ס"מ.

שאלה 18:

א. שיפוע הישר CO הוא 1: נכון.



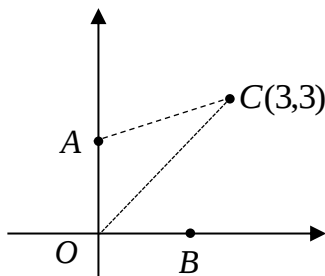
הנוסחה לחישוב שיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות היא: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

נציב את שיעורי הנקודות C ו-O בנוסחה למציאת שיפוע

$$m_{CO} = \frac{3-0}{3-0} = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow \boxed{m_{CO} = 1}$$

הישר נקבל:

ב. שיפוע הישר AC גדול מ-1: לא נכון.

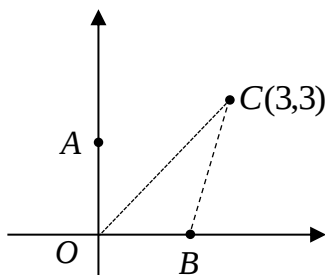


עבור כל צמד ישרים עולים:

- הישר שקצב העלייה שלו גבוה יותר (עלייה תלולה יותר) הוא בעל השיפוע הגדול מהשניים.
- הישר שקצב העלייה שלו נמוך יותר (עלייה מתונה יותר) הוא בעל השיפוע הקטן מהשניים.

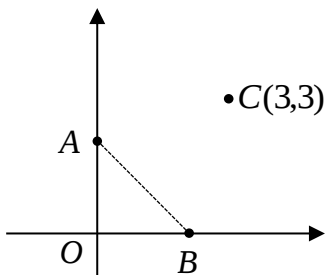
ניתן לראות בשרטוט שקצב העלייה של הישר AC ונמוך משל הישר OC ולכן השיפוע שלו קטן משל OC. שיפוע הישר OC הוא 1 ולכן לא ייתכן ששיפוע הישר AC גדול מ-1.

ג. שיפוע הישר BC גדול מ-1: נכון.



בהתאם להסבר של סעיף ב', ניתן לראות בשרטוט שקצב העלייה של הישר BC מהיר משל הישר OC ולכן השיפוע שלו גדול משל OC. שיפוע הישר OC הוא 1 ולכן שיפוע הישר BC גדול מ-1.

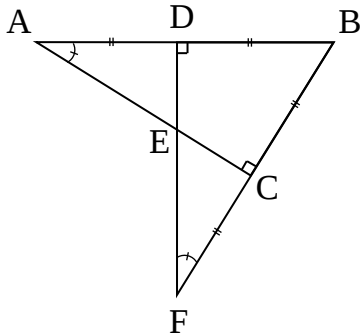
ד. שיפוע הישר AB עשוי להיות 3-: נכון.



ניתן לראות בשרטוט שהישר AB יורד ולכן ניתן לקבוע ששיפועו שלילי. מעבר לכך שהשיפוע שלילי אין מידע נוסף על הנקודות עצמן ולכן בהחלט ייתכן ששיפוע הישר AB הוא 3-.

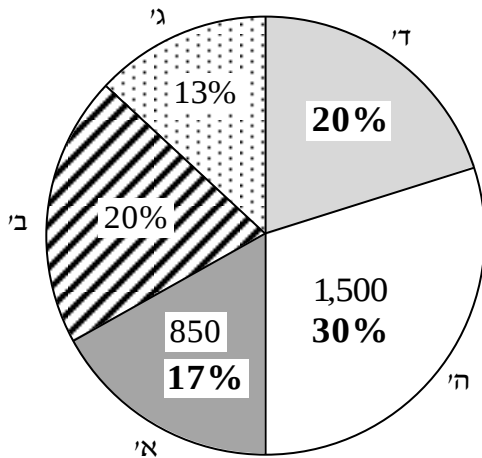
לסיכום, הטענות הנכונות הן: א, ג' ו-ד'.

שאלה 19:



נתון	$\triangle FDB \cong \triangle ACB$
זוויות מתאימות במשולשים חופפים (ז)	$\angle BFD = \angle BAC$
צלעות מתאימות במשולשים חופפים	$BF = AB$
נתון C אמצע BF	$FC = \frac{1}{2} BF$
נתון D אמצע AB	$AD = \frac{1}{2} AB$
	$\Downarrow$
כלל המעבר (צ)	$FC = AD$
נתון שהמשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle FDB$ הם ישרי זווית	$\angle ACB = 90^\circ \quad \angle FDB = 90^\circ$
	$\Downarrow \quad \Downarrow$
זוויות משלימות (ז)	$\angle ECF = 90^\circ = \angle EDA = 90^\circ$
לפי משפט חפיפה ז.צ.ז	$\triangle ECF \cong \triangle EDA$
	$\Downarrow$
צלעות מתאימות במשולשים חופפים	$CE = DE$

שאלה 20:



א. כדי למצוא כמה אחוזים מהמצביעים בחרו במפלגה א' נבדוק

$$\frac{850}{5,000} \cdot 100\% = 17\% \quad \text{כמה אחוזים הם 850 מתוך 5,000}$$

במפלגה א' בחרו 17% מהמצביעים.

כדי למצוא כמה אחוזים מהמצביעים בחרו במפלגה ה' נבדוק

$$\frac{1,500}{5,000} \cdot 100\% = 30\% \quad \text{כמה אחוזים הם 1,500 מתוך 5,000}$$

במפלגה ה' בחרו 30% מהמצביעים.

כדי למצוא כמה אחוזים מהמצביעים בחרו במפלגה ד' נחסיר מ-100% את אחוז המצביעים לשאר המפלגות:

$$100\% - (\text{מפלגה ה'} + \text{מפלגה ג' + מפלגה ב' + מפלגה א'}) = 100\% - (17\% + 20\% + 13\% + 30\%) = 100\% - 80\% = 20\%$$

במפלגה ד' בחרו 20% מהמצביעים.

ב. **עדן צודקת**, מפלגה ב' וגם מפלגה ד' זכו ב-20% מהקולות ולכן מספר הקולות שקיבלה כל מפלגה שווה.

ג. המפלגה עם אחוז הבוחרים הגבוה ביותר היא מפלגה ה' (30%) והמפלגה עם אחוז הבוחרים הנמוך ביותר היא מפלגה ג' (13%) ולכן: פער הקולות הגדול ביותר הוא בין מפלגה ג' לבין מפלגה ה'.

ד. 1) יש רק שילוב אחד אפשרי של שתי מפלגות, שיוכלו יחד ליצור גוש שלטון:

לא נכון, לא קיים שילוב של 2 מפלגות שמאגד בתוכו 60% מהקולות.

2) כדי ליצור גוש שלטון יש לחבר יחד לפחות שלוש מפלגות:

נכון, כל שילוב של המפלגה הגדולה ביותר (מפלגה ה' - 30%) עם מפלגה אחרת אחת בלבד לא עובר את 60% מהקולות. כלומר, יש להוסיף למפלגה ה' שתי מפלגות נוספות.

3) גוש מפלגות א'-ג'-ה' הוא ההרכב הקטן ביותר שביכולתו להרכיב גוש שלטון:

לא נכון, לפי סעיף 2 יש לחבר לפחות 3 מפלגות והשילוב המתואר מאגד בתוכו בדיוק 60% מהקולות.

כלומר, אינו גדול מ-60% ולכן אינו יכול להרכיב גוש שלטון.

4) אם מפלגה ה' איננה בגוש השלטון, ניתן להרכיב גוש שלטון משלוש מבין המפלגות האחרות:

לא נכון, גם אם נחבר את שתי המפלגות הגדולות ביותר אחרי מפלגה ה' (מפלגות ב' ו-ד' - 20% כל אחת)

נקבל רק 40% מהקולות. לא ניתן לחבר אליהן אף אחת מבין שתי המפלגות הנותרות (א' - 17% או

ג' - 13%) כדי ליצור גוש שמכיל לפחות 60% מהקולות.

שאלה 21:

נתונה המשוואה: $\frac{(x+2)(x-1)}{2} + \frac{(x+1)(x-2)}{3} = \frac{5x(x+1)}{6}$ הגורם המשותף של 2, 3 ו-6 הוא: 6

נכפול את שני האגפים ב-6: $\frac{(x+2)(x-1)}{\cancel{2}} \cdot \cancel{6} + \frac{(x+1)(x-2)}{\cancel{3}} \cdot \cancel{6} = \frac{5x(x+1)}{\cancel{6}} \cdot \cancel{6}$

ולאחר הצמצום: $3 \cdot (x+2)(x-1) + 2 \cdot (x+1)(x-2) = 5x(x+1)$

לאחר פתיחת סוגריים: $3 \cdot (x^2 + x - 2) + 2 \cdot (x^2 - x - 2) = 5x^2 = 5x$

לאחר עוד פתיחת סוגריים: $3x^2 + 3x - 6 + 2x^2 - 2x - 4 = 5x^2 = 5x$

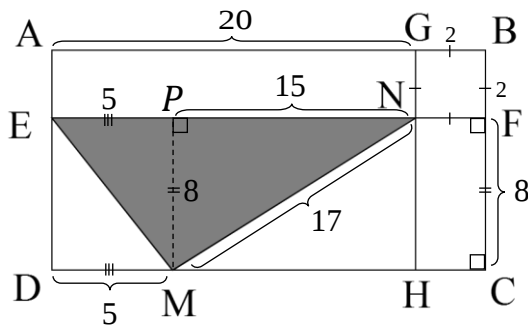
לאחר כינוס איברים: $5x^2 + x - 10 = 5x^2 = 5x$

נחסר $5x^2$ משני האגפים: $x - 10 = 5x$

נחסר x משני האגפים: $-10 = 4x$

נחלק ב-4 את שני האגפים: $\boxed{x = -2.5}$

שאלה 22:



נתון שהיקף הריבוע BGNF הוא 8 מ'.

משום שהיקף הריבוע מורכב מסכום ארבע צלעות שוות
נחשב את צלע הריבוע באופן הבא:

$$\frac{8}{4} = 2 \rightarrow$$

צלע הריבוע = 2 מ'

$$GB = BF = 2$$

נתון 8 מ' CF ולכן נוכל לחשב את רוחב המגרש: $BC = BF + FC = 2 + 8 = 10$.

ABCD מלבן ולכן הזווית $\angle C$ היא זווית ישרה. נתון שהישרים EF ו-DC מקבילים ולכן גם הזווית $\angle F$ ישרה משום שמדובר על זוויות חד צדדיות המשלימות ל- 180° .

מהנקודה M נוריד אל הישר EN את הגובה MP. קיבלנו את המרובע MPFC שבו שלוש זוויות ישרות ולכן הוא מלבן. צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו ולכן: $MP = 8$ מ'.

נתון 5 מ' DM . המרובע EPDM הוא מלבן כיוון שגם בו קיימות 3 זוויות ישרות. צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו ולכן: $EP = 5$ מ'.

נתון: 17 מ' MN . נשתמש במשפט פיתגורס במשולש ישר הזווית $\triangle MPN$ כדי לחשב את אורך הניצב PN:

$$PN^2 + PM^2 = MN^2 \rightarrow PN^2 + 64 = 289 \rightarrow PN^2 = 225 \rightarrow PN = 15$$

נוכל לחשב את אורך EN: $EN = EP + PN = 5 + 15 = 20$.

במרובע AGNE 3 זוויות ישרות ולכן הוא מלבן. צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו לכן: $AG = EN = 20$ מ'.

נוכל לחשב את אורך AB: $AB = AG + GB = 20 + 2 = 22$.

נחשב את שטח המלבן ABCD בעזרת האורך AB והרוחב BC:

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 22 \cdot 10 = 220$$

נחשב את שטח המשולש $\triangle ENM$ בעזרת הבסיס EN והגובה PM:

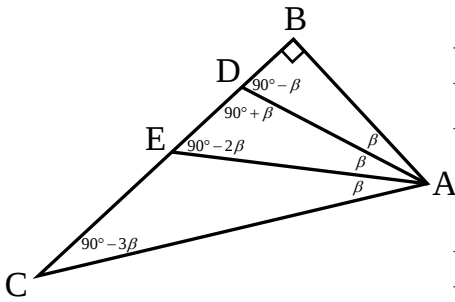
$$S_{\triangle ENM} = \frac{EN \cdot PM}{2} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80$$

כדי לחשב את ההסתברות לנחות בחלקה האפורה נבדוק מה החלק היחסי שלה מתוך כלל המגרש ונקבל:

$$\frac{S_{\triangle ENM}}{S_{ABCD}} = \frac{80}{220} = \frac{4}{11}$$

לסיכום, ההסתברות לנחות בחלקה האפורה היא: $\frac{4}{11}$.

שאלה 23:



נתון	$\angle BAC = 3\beta$, $\angle B = 90^\circ$	א.
נתון שהישרים AD ו-AE מחלקים את הזווית $\angle BAC$ לשלוש זוויות שוות	$\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = \beta$	
השלמה ל- 180° במשולש $\triangle ADB$	$\angle ADB = 90^\circ - \beta$	(1)
זוויות צמודות משלימות ל- 180°	$\angle ADE = 180^\circ - (90^\circ - \beta) = 90^\circ + \beta$	(2)
השלמה ל- 180° במשולש $\triangle AEB$	$\angle AED = 90^\circ - 2\beta$	(3)
השלמה ל- 180° במשולש $\triangle ABC$	$\angle ACB = 90^\circ - 3\beta$	

ב. נבדוק האם ייתכן שסכום הזוויות $\angle ACB$, $\angle DAC$ ו- $\angle BAE$ יהיה 180° :

$$\angle ACB + \angle DAC + \angle BAE = 180^\circ \rightarrow 90^\circ - 3\beta + 2\beta + 2\beta = 180^\circ$$

$$\rightarrow 90^\circ + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ$$

קיבלנו ש: $\beta = 90^\circ$ ולכן הזווית $\angle BAC = 270^\circ$.

הדבר לא ייתכן כיוון שסכום זוויות שווה ל- 180° ולכן נסיק שלא ניתן להרכיב משולש שאלו הן זוויותיו.