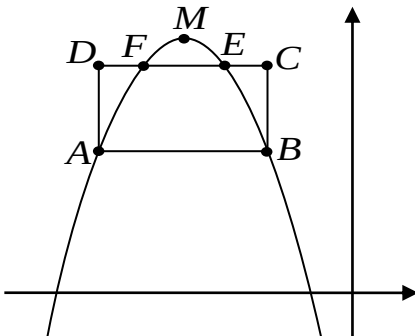


מבחן מפמ"ר לכיתות ט' - מתכונת 3

פרק א': אלגברה ופונקציות



1. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות סימטריות על הפרבולה הנתונה:

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x+8)^2 + 18$$

שקדקודה בנקודה M.

משוואת הישר AB היא $y = 10$.

א. מצא את אורך הקטע AB.

ב. נתון: ABCD הוא מלבן ששטחו 48 יח"ר. הצלע CD

חותכת את הפרבולה בנקודות E ו-F.

השלם את שיעורי הנקודות: $F(_, _), E(_, _)$.

ג. סמן את אחד הסימנים: $>, =, <$ במשבצת המיועדת לכך:

שטח המשולש $\triangle ABM$

1. שטח הטרפז ABEF

שיפוע הישר AE

2. שיפוע הישר FM

2. נתונים שני הביטויים: $x = \frac{(ab)^2 \cdot (a^{-1}b)^2}{b^2}$, $y = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-3}}$.

א. צמצם את הביטויים ועבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון ונמק מדוע:

1. ערכו של y הוא בהכרח חיובי. נכון / לא נכון.

נימוק: _____

2. אם $x = y$ אז בהכרח מתקיים: $a = b$. נכון / לא נכון.

נימוק: _____

ב. נתון: $x + y = c^2$. נתון משולש שצלעותיו הן a, b ו-c. קבע מהו סוג המשולש ונמק:

3. יוסי וזוהר מוכרים תמונות. אתמול, יוסי מכר x תמונות וההכנסה הכוללת שלו מהמכירה היתה 54 ש"ח. זוהר מכרה כל תמונה במחיר הנמוך ב-3 ש"ח מהמחיר בו יוסי מכר כל תמונה. לכן, כמות התמונות שמכרה היתה גבוהה ב-50% מהכמות שמכר יוסי.

- א. הבע באמצעות x את המחיר בו מכר יוסי כל תמונה.
ב. נתון שגם ההכנסה הכוללת של זוהר היתה 54 ש"ח. המשוואה המתאימה למציאת x :

$$1. \quad 54 = \left(\frac{54}{x} + 3 \right) \cdot (x + 50) \quad 2. \quad 54 = \left(\frac{54}{x} + 3 \right) \cdot \left(1 + \frac{50x}{100} \right)$$

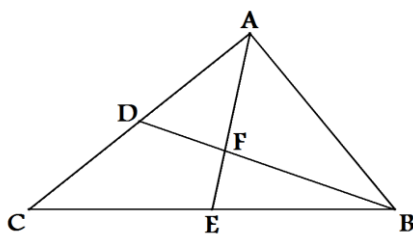
$$3. \quad 54 = \left(\frac{54}{x} - 3 \right) \cdot \left(\frac{50x}{100} \right) \quad 4. \quad 54 = \left(\frac{54}{x} - 3 \right) \cdot 1.5x$$

ג. מצא את x .

4. נתון: $a + b = 13$, $a \cdot b = 22$. מבלי למצוא את ערכם של a ו- b , חשב את ערך הביטוי: $a^2 + b^2$.

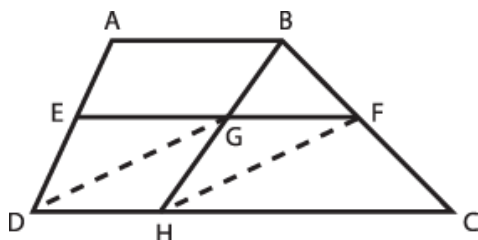
הצג את שלבי הפתרון:

פרק ב': גיאומטריה



5. במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ הישר AE הוא התיכון ליתר BC . הנקודה D נמצאת על הניצב AC . הישרים AE ו- BD נחתכים בנקודה F . נתון: $AB = 12$ ס"מ.

- א. נתון: שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 108 סמ"ר.
לאור נתון זה נוכל לחשב את:
(הקף את התשובות הנכונות)
1. אורך הניצב AC .
2. אורך הישר BD .
3. היקף המשולש $\triangle ABC$.
4. אורך היתר BC .
ב. נתון: $CD = 9$ ס"מ. חשב את אורכי הקטעים AE ו- BD .



6. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז $ABCD$. הנקודה H נמצאת על הבסיס CD . הישרים BH ו- EF נחתכים בנקודה G . נתון: $\angle DGH = \angle GHF$.

- א. הוכח: $GFHD$ מקבילית.
ב. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $CH = 8$ ס"מ. חשב את אורך הקטע EG .

פרק ג': הסתברות ואוריינות

7. ההסתברות שיוגב יקלע לסל בזריקה בודדת היא 0.3. יוגב מנסה לקלוע לסל פעמיים.

א. חשב את ההסתברות שיוגב יקלע רק באחד משני הניסיונות.

ב. הקף את ההיגד הנכון:

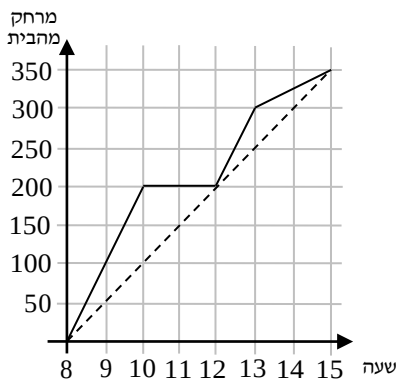
1. ההסתברות שיחטיא את הסל לפחות פעם אחת היא: 0.42.

2. סביר יותר שיחטיא את הסל פעמיים מאשר שיקלע לסל פעמיים.

3. בזריקה הראשונה סביר יותר שיוגב יקלע ובזריקה השניה סביר יותר שיחטיא.

ג. דניאל הציע ליוגב התערבות לפיה יוגב ינסה לקלוע לסל 120 פעמים. עבור כל קליעה יקבל יוגב מדניאל 6 ש"ח ועבור כל החטאה ישלם לדניאל 2 ש"ח. קבע האם כדאי ליוגב להשתתף בהתערבות.

נמק: _____



8. נהג משאית ורוכב קטנוע יצאו ב-8:00 מאותו בניין ונסעו באותה

דרך למפעל. במערכת הצירים הנתונה מופיע גרף המתאר את

התקדמותם. ציר ה-x מציין את השעה ביום וציר ה-y מציין את המרחק שעבר כל אחד מהם עד אותה שעה. השניים נפגשו ביעדם בשעה 15:00. נתון שרוכב הקטנוע עבר בשעה שבין 9:00-10:00 מרחק של 100 ק"מ.

א. קבע איזה מהגרפים, המקווקו או הרציף, מתאר את התקדמותו של רוכב הקטנוע. נימוק: _____

ב. הקף את ההיגד או ההיגדים הנכונים:

1. מרגע תחילת הנסיעה, השניים נפגשו שוב רק כאשר הגיעו ליעד בשעה 15:00.

2. כאשר עברה המשאית $\frac{1}{7}$ מהמסלול כולו, היה הרוכב במרחק 250 ק"מ מהיעד.

3. במשך הזמן שרוכב הקטנוע נח, עברה המשאית מרחק של 100 ק"מ.

4. במשך הזמן שרוכב הקטנוע נסע במהירות הנמוכה ביותר, עברה המשאית 150 ק"מ.

ג. השלם: מהירות הנסיעה הגבוהה ביותר בה נסע רוכב הקטנוע היתה _____ קמ"ש.

ד. השלם: בשעה _____ המרחק בין השניים היה הגדול ביותר.

בהצלחה!

תשובות:

1) א. 8 יח' אורך. ב. $F(-10,16)$, $E(-6,16)$. ג. 1. < 2. =

2) א. 1) לא נכון. כאשר $a=0$ מתקבל: $y=0$ שאינו חיובי. 2) לא נכון. במצב המתואר יתכן ש: $a=-b$.

ב. משולש ישר זווית. הנימוק בפתרון המלא. 3) א. $\frac{54}{x}$. ב. 4. ג. $x=6$. 4) 125. שלבי הפתרון מופיעים

בפתרון המלא. 5) א. 1, 3, 4. ב. 10.82 ס"מ, $BD = 15$ ס"מ, $AE = 10.82$. 6) ב. 5 ס"מ. 7) א. 0.42. ב. 2.

ג. כדאי לו. נימוק בפתרון המלא. 8) א. הרציף. הסבר בפתרון המלא. ב. 2, 3. ג. 100 קמ"ש. ד. 10:00.

פתרון מלא - מבחן 3

שאלה 1:

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה $f(x) = -\frac{1}{2}(x+8)^2 + 18$ והישר $y = 10$. נשווה בין שתי המשוואות ונמצא את שיעורי שתי הנקודות:

$$-\frac{1}{2}(x+8)^2 + 18 = 10 \quad / \cdot 2 \rightarrow -(x+8)^2 + 36 = 20 \rightarrow -x^2 - 16x - 64 + 36 = 20$$

נעביר אגפים ונקבל את המשוואה: $x^2 + 16x + 48 = 0$.

נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (ניתן גם בעזרת פירוק הטרינום):

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{64}}{2} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-16 \pm 8}{2} \rightarrow x_2 = -4 \quad x_1 = -12$$

שיעור ה-y של שתי הנקודות הוא 10 ולכן שיעוריהן הם: A(-12,10) ו-B(-4,10).
הקטע AB מקביל לציר ה-x ולכן אורכו שווה להפרש שיעורי ה-x של שתי הנקודות:

$$AB = -4 - (-12) = 8 \text{ יח' אורך}$$

ב. נתון כי שטח המלבן ABCD הוא 48 יח"ר.

בסעיף הקודם מצאנו כי 8 יח' אורך = AB.

ניעזר בנתון ונמצא את אורך הצלע BC: 6 יח'.

$$8 \cdot BC = 48 \rightarrow BC = 6$$

הצלע BC מקבילה לציר ה-y ולכן אורכה שווה להפרש שיעורי ה-y של הנקודות B ו-C. כיוון ששיעור ה-y של הנקודה B הוא 10 נקבל כי שיעור ה-y של הנקודה C הוא 16.

הישר CD עובר בנקודה C ומקביל לציר ה-x ולכן משוואתו: $y = 16$.
הנקודות F ו-E הן נקודות החיתוך של הישר CD והפרבולה.

נשווה בין משוואת הישר למשוואת הפרבולה ונמצא את שיעורי שתי הנקודות:

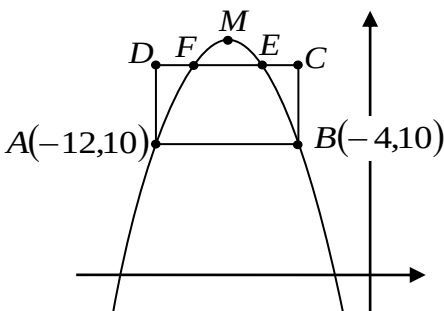
$$-\frac{1}{2}(x+8)^2 + 18 = 16 \quad / \cdot 2 \rightarrow -(x+8)^2 + 36 = 32 \rightarrow -x^2 - 16x - 64 + 36 = 32$$

נעביר אגפים ונקבל את המשוואה: $x^2 + 16x + 60 = 0$.

נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (ניתן גם בעזרת פירוק הטרינום):

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60}}{2 \cdot 1} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-16 \pm 4}{2} \rightarrow x_2 = -6 \quad x_1 = -10$$

שיעור ה-y של שתי הנקודות הוא 16 ולכן שיעוריהן הם: E(-6,16) ו-F(-10,16).



ג. 1) נחשב את שטח הטרפז ABEF. כפי שחישבנו בסעיף א', אורך הבסיס AB הוא 8 יח' אורך. בהתאם, אורך הבסיס FE הוא 4 יח' אורך. גובה הטרפז שווה באורכו לקטע BC ולכן שווה ל-6 יח' אורך.

$$\text{כלומר, שטח הטרפז ABEF הוא: } 36 \text{ יח"ר} \quad \frac{6(8+4)}{2} =$$

כדי למצוא את שטח המשולש $\triangle ABM$ נמצא תחילה את שיעורי קדקוד הפרבולה M.

כזכור, קדקוד הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה של הפרבולה העובר בדיוק באמצע בין שתי הנקודות הסימטריות A ו-B. כפי שחישבנו, שיעורי הנקודות הם: $A(-12,10)$ ו- $B(-4,10)$.

$$\text{נעזר בנוסחת הממוצע ונמצא את נקודת האמצע בין } (-12) \text{ ו- } (-4): x = \frac{-12 + (-4)}{2} = -8$$

כלומר, שיעור ה-x של קדקוד הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה: $x = -8$.

$$\text{נציב } x = -8 \text{ במשוואת הפרבולה ונמצא את שיעור ה-y של הקדקוד: } f(-8) = -\frac{1}{2} \cdot (-8+8)^2 + 18 = 18$$

כלומר, שיעורי הקדקוד M הם: $M(-8,18)$.

הגובה לצלע AB היורד מקדקוד M מקביל לציר ה-y ולכן אורכו שווה להפרש בין שיעורי ה-y של הנקודה M ושל הישר $y = 10$. כלומר אורך הגובה הוא: 8 יח' אורך $18 - 10$.

$$\text{כלומר שטח המשולש } \triangle ABM \text{ הוא: } 32 \text{ יח"ר} \quad \frac{8 \cdot 8}{2} =$$

ניתן לראות כי שטח הטרפז גדול משטח המשולש ולכן התשובה הנכונה היא: $<$.

2. נחשב את שיפוע הישר FM בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי הנקודות $F(-10,16)$ ו- $M(-8,18)$.

$$\boxed{m=1} \quad m = \frac{18-16}{-8-(-10)} \rightarrow m = \frac{2}{2} \rightarrow$$

נחשב את שיפוע הישר AE בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי הנקודות $A(-12,10)$ ו- $E(-6,16)$.

$$\boxed{m=1} \quad m = \frac{16-10}{-6-(-12)} \rightarrow m = \frac{6}{6} \rightarrow$$

כלומר, שיפוע הישר FM שווה לשיפוע הישר AE ולכן התשובה הנכונה היא: $=$.

שאלה 2:

א. נצמצם את הביטויים בעזרת כללי החזקות.

$$: x = \frac{(ab)^2 \cdot (a^{-1}b)^2}{b^2} \quad \text{נתחיל עם הביטוי:}$$

$$x = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot a^{-2} \cdot b^2}{b^2} \rightarrow$$

ניעזר בחוק: $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$ כדי לפתוח סוגריים ונקבל:

$$x = \frac{a^{2-2} \cdot b^{2+2}}{b^2} \rightarrow x = \frac{a^0 \cdot b^4}{b^2} \rightarrow$$

ניעזר בחוק: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ כדי לכנס איברים דומים ונקבל:

$$x = \frac{b^4}{b^2} \rightarrow x = b^{4-2} \rightarrow \boxed{x = b^2}$$

ניעזר בחוקי החזקות $a^0 = 1$ ו: $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ ונקבל:

$$: y = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-3}} \quad \text{נצמצם באופן דומה גם את הביטוי:}$$

$$y = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-3}} \rightarrow y = \frac{a^4 \cdot b^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^{-3}} \rightarrow y = \frac{a^{4-2} \cdot b^2}{b^{5-3}} \rightarrow y = \frac{a^2 \cdot b^2}{b^2} \rightarrow y = a^2 \cdot b^{2-2} \rightarrow \boxed{y = a^2}$$

1. לא נכון. הביטוי a^2 הוא חזקה עם מעריך זוגי ולכן בהכרח אינו שלילי. עם זאת, כאשר $a = 0$ נקבל: $y = 0$. כלומר ערכו של y לא בהכרח חיובי.

2. לא נכון. אם מתקיים $x = y$ נוכל להשוות בין שני הביטויים ונקבל: $a^2 = b^2$. נוציא שורש משני אגפי המשוואה ונקבל: $a = b$ או $a = -b$. כלומר, ההיגד אינו נכון.

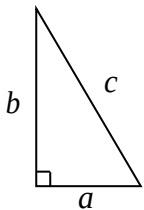
ב. נתון: $x + y = c^2$.

נציב בנתון את הביטויים שחישבנו בסעיף א' ונקבל: $a^2 + b^2 = c^2$.

נתון משולש שצלעותיו a , b ו- c .

נשים לב כי $a^2 + b^2 = c^2$ הוא משפט פיתגורס במשולש זה. לפי המשפט ההפוך למשפט פיתגורס,

משולש שבין צלעותיו מתקיים הקשר $a^2 + b^2 = c^2$ הוא משולש ישר זווית והיתר שלו הוא c כמתואר בשרטוט.



שאלה 3:

א. נתון כי יוסי מכר x תמונות וכי הכנסתו הכוללת מהמכירה הייתה 54 ש"ח. ניעזר בטבלה הבאה:

יוסי	כמות	מחיר ליחידה	הכנסה כוללת
	x		54

הכנסה כוללת

נזכור את הקשר: **כמות * מחיר ליחידה = הכנסה כוללת** ולאחר סידור נקבל: **מחיר ליחידה = $\frac{\text{הכנסה כוללת}}{\text{כמות}}$** .

נציב את הנתונים מהטבלה ונקבל כי מחירה של כל תמונה שמכר יוסי הוא: $\frac{54}{x}$.

ב. זוהר מכרה את התמונות במחיר ליחידה הנמוך ב-3 ש"ח מהמכיר בו יוסי מכר אותן ולכן מחיר זה הוא: $\frac{54}{x} - 3$. נתון כי כמות התמונות שמכרה זוהר גדולה ב-50% מכמות התמונות שמכר יוסי.

למעשה, זוהר מכרה 150% מכמות התמונות שמכר יוסי (x). כדי להביע את כמות התמונות שזוהר מכרה, נכפול את

האחוז (150%) בכמות המקורית (x) ונקבל: $\left(\frac{100+50}{100}\right) \cdot x = \left(\frac{150}{100}\right) \cdot x = 1.5x$.

נתון כי גם הכנסתה הכוללת של זוהר הייתה 54 ש"ח. נמלא את הנתונים של זוהר בטבלה:

זוהר	כמות	מחיר ליחידה	הכנסה כוללת
	$1.5x$	$\frac{54}{x} - 3$	54

ניעזר בקשר: **כמות * מחיר ליחידה = הכנסה כוללת** ונקבל את המשוואה: $54 = \left(\frac{54}{x} - 3\right) \cdot 1.5x$. כלומר, התשובה הנכונה היא 4.

ג. נפתור את המשוואה שקיבלנו בסעיף הקודם:

$$54 = \left(\frac{54}{x} - 3\right) \cdot 1.5x \rightarrow 54 = 54 \cdot 1.5 - 3 \cdot 1.5x \rightarrow 54 = 81 - 4.5x \rightarrow 4.5x = 27 \rightarrow \boxed{x=6}$$

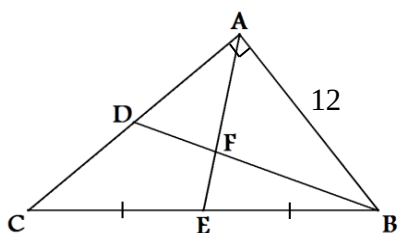
שאלה 4:

כדי לחשב את הביטוי $a^2 + b^2$ ניעזר בנוסחת הכפל המקוצר: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

נציב בנוסחת הכפל המקוצר את הנתונים $a+b=13$ ו- $a \cdot b=22$ ונקבל:

$$(13)^2 = a^2 + 2 \cdot 22 + b^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{a^2 + b^2 = 125} \quad \text{נבודד את הביטוי } a^2 + b^2 \text{ ונקבל:}$$

שאלה 5:



א. נתון כי $AB = 12$ ס"מ וכי שטח המשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ הוא 108 סמ"ר.

$$\frac{AB \cdot AC}{2} = 108 \quad \text{נביע את שטח המשולש כמכפלת הניצבים ונקבל:}$$

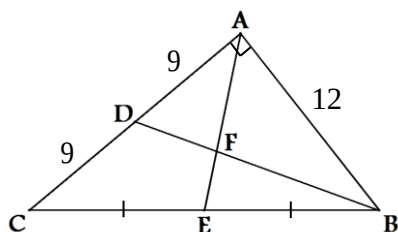
נציב $AB = 12$ ס"מ ונקבל:

$$\frac{12 \cdot AC}{2} = 108 \rightarrow 6 \cdot AC = 108 \quad / : 6 \rightarrow \boxed{AC = 18 \text{ ס"מ}}$$

נחשב את אורך היתר BC בעזרת משפט פיתגורס: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow BC^2 = 12^2 + 18^2 \rightarrow BC^2 = 468$
ולאחר הוצאת שורש נקבל: $\boxed{BC = 21.63 \text{ ס"מ}}$

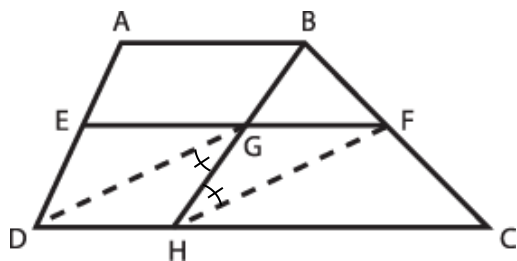
לבסוף, נחשב את היקף המשולש $\triangle ABC$: $\boxed{12 + 18 + 21.63 = 51.63 \text{ ס"מ}}$
כלומר התשובות הנכונות הן: 1, 3 ו-4.

ב. נוסיף את הנתון החדש לשרטוט:



נתון	(1) $\angle CAB = 90^\circ$
נתון	(2) AE תיכון
נתון	(3) $AB = 12$ ס"מ
לפי החישוב בסעיף א'	(4) $AC = 18$ ס"מ
נתון	(5) $CD = 9$ ס"מ
חיסור קטעים לפי (4) ו-(5)	(6) $AD = AC - CD = 18 - 9 = 9$ ס"מ
ישר היוצא מקדקוד אל אמצע הצלע שמולו הוא תיכון	(7) BD תיכון
משפט פיתגורס במשולש ישר הזווית $\triangle ABD$	(8) $BD^2 = 9^2 + 12^2 \rightarrow BD^2 = 225 \rightarrow BD = 15$ ס"מ
משפט פיתגורס במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$	(9) $BC^2 = 18^2 + 12^2 \rightarrow BC^2 = 468 \rightarrow BC = 21.63$ ס"מ
במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו	(10) $AE = \frac{1}{2} \cdot BC \rightarrow AE = \frac{1}{2} \cdot 21.63 \rightarrow AE = 10.82$ ס"מ
מש"ל ב'	

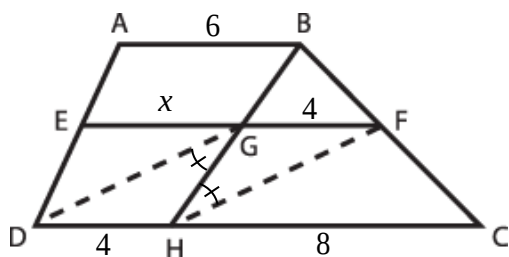
שאלה 6:



נסמן את הנתונים בשרטוט.

נתון	(1) ABCD טרפז
נתון	(2) EF קטע אמצעים בטרפז
נתון	(3) $\angle DGH = \angle GHF$
קטע האמצעים בטרפז מקביל לשני בסיסי הטרפז	(4) $EF \parallel DC$
חלקים של קטעים מקבילים - מקבילים אף הם	(5) $GF \parallel DH$
שני ישרים בעלי זוויות מתחלפות שוות מקבילים זה לזה	(6) $DG \parallel HF$
מרובע בעל שני זוגות של צלעות מקבילות הוא מקבילית לפי (5) ו-(6).	(7) GFHD מקבילית מש"ל א'

ב.



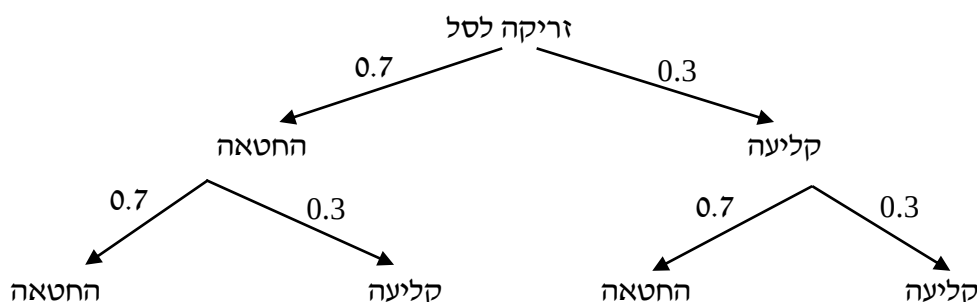
נתבונן במשולש $\triangle BCH$

נתון	(8) $AB = 6$ ס"מ
נתון	(9) $CH = 8$ ס"מ
קטע האמצעים בטרפז חוצה את שוקי הטרפז	(10) הנקודה F היא אמצע הצלע BC
ישר החוצה צלע במשולש ומקביל לצלע השלישית הוא קטע אמצעים	(11) GF קטע אמצעים במשולש $\triangle BCH$
קטע האמצעים במשולש שווה לחצי מאורך הצלע המקבילה	(12) $GF = \frac{CH}{2} \rightarrow GF = 4$ ס"מ
צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו	(13) $DH = 4$ ס"מ
חיבור קטעים לפי (9) ו-(13)	(14) $DC = 12$ ס"מ
סימון	(15) $EG = x$
קטע האמצעים בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים	(16) $EF = \frac{AB + DC}{2} \rightarrow x + 4 = \frac{6 + 12}{2} \rightarrow x + 4 = 9 \rightarrow x = 5 \rightarrow EG = 5$ ס"מ

מש"ל ב'

שאלה 7:

א. ההסתברות שיוגב יקלע לסל בזריקה בודדת היא 0.3 ולכן ההסתברות שיוגב יחטיא היא 0.7. יוגב זורק לסל פעמיים. ניעזר בשרטוט של עץ הסתברויות:



יוגב זורק לסל פעמיים. כלומר מדובר בשני אירועים בלתי תלויים שהתבצעו האחד אחר השני. כדי לחשב את ההסתברות שיוגב יקלע רק באחד משני ההסתברויות, נחבר את הסתברויות הענפים המתאימים: קליעה בזריקה הראשונה והחטאה בזריקה השנייה או החטאה בזריקה הראשונה וקליעה בזריקה השנייה.

נחשב תחילה את ההסתברות של כל אחד מהענפים המתאימים: כזכור, כדי לחשב הסתברות ששני אירועים בלתי תלויים התרחשו במקביל, נכפול את ההסתברויות שלהם.

כדי לחשב את ההסתברות שיוגב קלע בזריקה הראשונה וגם החטיא בזריקה השנייה, נכפול את שתי ההסתברויות בענף המתאים בעץ (הענף השני מימין): $0.3 \cdot 0.7 = 0.21$. כדי לחשב את ההסתברות שיוגב החטיא בזריקה הראשונה וגם קלע בזריקה השנייה, נכפול את שתי ההסתברויות בענף המתאים בעץ (הענף השני משמאל): $0.7 \cdot 0.3 = 0.21$.

לבסוף, כדי לחשב את ההסתברות שיוגב קלע פעם אחת בלבד, נחבר את הסתברויות שחישובנו ונקבל: $0.21 + 0.21 = 0.42$

ב. נבדוק את נכונות ההיגדים:

1. לא נכון. כדי לחשב את ההסתברות שיחטיא לפחות פעם אחת, נחבר את הסתברויות שלושת הענפים המתאימים: יקלע ואז יחטיא או יחטיא ואז יקלע או יחטיא בשתי הזריקות: $0.3 \cdot 0.7 + 0.7 \cdot 0.3 + 0.7 \cdot 0.7 = 0.91$

2. נכון. נחשב את ההסתברות שיקלע פעמיים (הענף הימני): $0.3 \cdot 0.3 = 0.09$. נחשב את ההסתברות שיחטיא פעמיים (הענף השמאלי): $0.7 \cdot 0.7 = 0.49$

אכן, ההסתברות שיחטיא פעמיים גדולה יותר מהסתברות שיקלע פעמיים. 3. לא נכון. הזריקה הראשונה והשנייה בלתי תלויות זו בזו. לכן, אין הבדל ביניהן בהסתברות שיקלע.

לסיכום, התשובה הנכונה היא 2.

ג. במסגרת ההתערבות, יוגב ינסה לקלוע לסל 120 פעמים.

ההסתברות שיקלע היא 0.3 ולכן צפוי שיקלע: 36 זריקות $= 0.3 \cdot 120$.

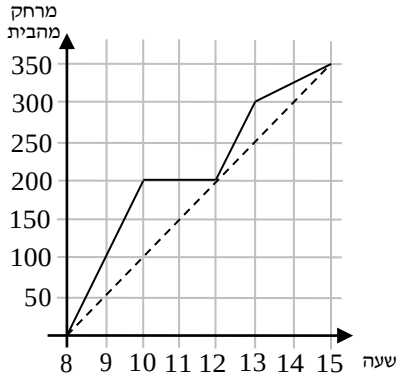
בהתאם, צפוי כי יחטיא את 84 הזריקות הנותרות.

עבור כל קליעה יקבל יוגב מדניאל 6 ש"ח ולכן הוא צפוי לקבל: 216 ש"ח $= 6 \cdot 36$.

עבור כל החטאה ישלם יוגב לדניאל 2 ש"ח ולכן הוא צפוי לשלם לדניאל: 168 ש"ח $= 2 \cdot 84$.

ניתן לראות שכדאי ליוגב להשתתף בהתערבות כי הוא צפוי לקבל מדניאל יותר כסף מאשר יצטרך לשלם לו.

שאלה 8:



א. נתבונן בשני הגרפים בתחום שבין השעה 9:00 ו-10:00. ניתן לראות כי הקו המקווקו עולה מ-50 ק"מ בשעה 9:00 ל-100 ק"מ בשעה 10:00. כלומר, הקו המקווקו מתאר התקדמות של 50 ק"מ בשעה זו. ניתן לראות כי הקו הרציף עולה מ-100 ק"מ בשעה 9:00 ל-200 ק"מ בשעה 10:00. כלומר, הקו הרציף מתאר התקדמות של 100 ק"מ בשעה זו.

לסיכום, הקו הרציף מתאר את התקדמותו של רוכב הקטנוע.

ב. נבדוק את נכונות ההיגדים:

1. לא נכון. ניתן לראות כי הקווים נפגשים גם בשעה 12:00. כלומר, הם נפגשו גם בשעה 12, כאשר היו במרחק 200 ק"מ ממוצאם.

2. נכון. מסלול הנסיעה כולו הוא באורך 350 ק"מ. מכאן ש- $\frac{1}{7}$ מהדרך ליעד היא: $\frac{1}{7} \cdot 350$ ולאחר צמצום: 50 ק"מ.

ניתן לראות כי המשאית עברה 50 ק"מ בשעה 9:00. נתבונן בגרף של רוכב הקטנוע ונראה כי בשעה 9:00 עבר הרוכב מרחק של 100 ק"מ. כלומר, נותרו לו 250 ק"מ עד ההגעה ליעד.

3. נכון. במשך הזמן שהרוכב נח, הוא לא התקדם במסלול. ואכן ניתן לראות בגרף כי בין השעות 10:00 ו-12:00 הגרף אינו עולה ומכאן שהרוכב נח בין השעות 10:00 ו-12:00. עד השעה 10:00 עברה המשאית 100 ק"מ ועד השעה 12:00 עברה המשאית 200 ק"מ. כלומר, במשך השעתיים בהן הרוכב נח עברה המשאית מרחק של 100 ק"מ.

4. לא נכון. כדי למצוא את השעות בהן הרוכב נסע במהירות הנמוכה ביותר נחפש את התחום בגרף בו שיפוע הקו הרציף הוא "מתון" ביותר. השיפוע הכי "מתון" מתקבל בין השעות 13:00 ו-15:00. בתחום זמן זה המשאית עברה 100 ק"מ, ממרחק של 250 ק"מ מהמוצא ועד ההגעה ליעד.

ג. מהירות הנסיעה הגבוהה ביותר מתקבלת בתחום בו שיפוע הקו הוא הגדול ביותר. השיפוע הגדול ביותר מתקבל בשני תחומים: בין השעות 8:00 ו-10:00 ובין השעות 12:00 ו-13:00.

בשעתיים שבין 8:00 ל-10:00 עבר רוכב הקטנוע מרחק של 200 ק"מ ומכאן שמהירותו היתה: $100 \text{ קמ"ש} = \frac{200}{2}$. בשעה שבין 12:00 ל-13:00 עבר רוכב הקטנוע מרחק של 100 ק"מ ולכן גם כאן מהירותו היתה 100 קמ"ש.

לסיכום, מהירותו הגבוהה ביותר היתה 100 קמ"ש.

ד. כדי לחשב את השעה בה היה המרחק בין השניים הגדול ביותר, נמצא את השעה בה הפער בין הגרפים הוא הגדול ביותר. ניתן לראות כי הפער הגדול ביותר בין הגרפים מתקבל **בשעה 10:00**. בשעה זו היו מרוחקים 100 ק"מ זה מזה.