

تحية وبعد،

أمامك امتحان مركّب من أسئلة على نمط البجروت، اختيرت من كتاب أرخميدس لنموذج 581.

لكلّ الأسئلة يوجد أفلام لحلول كامله في موقع 'متمטיكورس' في الرابط

<https://matematiccourse.com/courses/متכונת-ארכימדס-581-חינם/>

في موقع 'متمטיكورس' يوجد أفلام حلول كاملة لكتب أرخميدس للنماذج 481، 482 و-582.

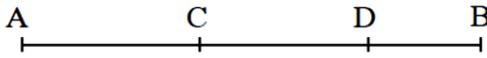
لأسئلة إضافية، يمكن شراء نسخة محوسبة سعرها مخفض لكتب أرخميدس في موقع Classoos :

<https://my.classoos.com/il/search/store/ארכימדס>

دبلوم رياضيات 035581 ارخميدس 2020

الفصل الأول- الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن سوالين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال 20 درجة)



1. خرجت حافلة وشاحنة الساعة 9:00 من النقطتين A وB على التلاؤم الواحدة باتجاه الأخرى. سرعة الحافلة 2v وسرعة الشاحنة 3v.

التقتا في المرّة الأولى في النقطة C ومنها استمرّت الحافلة إلى النقطة B والشاحنة إلى النقطة A.

عندما وصلت كلّ منهما إلى هدفها، سافرت عائدةً إلى النقطة التي خرجت منها. التقت الاثنتان مرّة ثانية في النقطة D.

أ. احسب النسبة بين طولي القطعتين $\frac{AC}{BD}$.

ب. معلوم أنّ الزمن الذي مرّ بين اللقائين 36 دقيقة. بأيّة ساعة وصلت كلّ منهما عائدة لنقطة انطلاقها.

ج. منذ لحظة اللقاء في النقطة C وحتى وصول الحافلة للنقطة B، كان أكبر بُعد بين المركبتين هو 40 كم. احسب

طول القطعة AB.

2. مجموع n الحدود الأولى في المتوالية a_n معرّف حسب القانون: $S_n = 3p \cdot 2^{n+1} - 6p$.

أ. برهن أنّ المتوالية a_n هي متوالية هندسية وعبر بدلالة n و p عن الحد العام a_n .

ب. معطاة متوالية هندسية أخرى فيها الحد العام هو: $b_n = p \cdot 3^n$.

نعرف متوالية جديدة: $C_n = 2^n \cdot b_n - 3^n \cdot a_n$.

1. حدّد هل المتوالية C_n هي متوالية هندسية أم ليست هندسية.

2. S_k هو مجموع k الحدود الأولى في المتوالية C_n . عبر عن S_k بدلالة p و k .

3. لكل إدعاء ممّا يلي حدّد إذا كان صحيحًا أو غير صحيح. علّل إجابتك.

(i) إذا كان $0 < S_k$ فإنّ $a_{n+1} < a_n$.

(ii) هناك عدداً الذي هو حدّاً في المتوالية a_n وأيضاً في المتوالية b_n .

3. يجمع طاقم طبيّ الكلاب والقطط ويفحص إذا كانت معافاة أو مريضة. نصف الذين تمّ فحصهم وجدوا معافين.

نرمز بـ p إلى الاحتمال بأن نختار من بين كلّ الذين تمّ فحصهم، قطاً وجد معافى. الاحتمال بأن نختار كلباً من بين جميع

الذين فحصوا مساوٍ للاحتمال بأن نختار من بين كلّ الذين تمّ فحصهم، قطاً معافى أو أيّ حيوان مريض.

أ. أمامك 4 ادعاءات. حدّد أيّها صحيح وعلّل.

(i) يمكن أن يكون عدد القطط التي فُحصت أكبر من عدد الكلاب التي وُجدت معافاة.

(ii) يمكن أن يتحقق: $p=0.2$.

(iii) يمكن أن يكون الاحتمال بأن نختار كلباً معافى من بين الكلاب هو $\frac{1}{9}$.

(iv) يمكن أن يكون عدد الذين تمّ فحصهم هو 65 حيواناً.

ب. يختار عدي بشكل عشوائي حيواناً تمّ فحصه، يداعبه ويعيده إلى المجموعة. يقوم عدي بالعملية 4 مرات. ممكن أن يداعب عدي

الحيوان أكثر من مرة. الاحتمال بأن يكون نصف الحيوانات التي داعبتها هي كلاباً يساوي 0.3456. ما هو الاحتمال بأن نختار

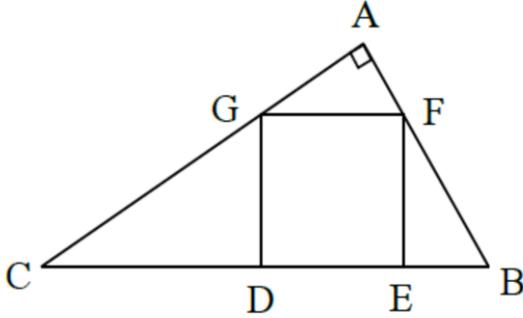
قطاً مريضاً من بين جميع القطط التي فُحصت؟

ج. تختار منى بشكل عشوائي قطاً تمّ فحصه، تداعبه وتعيده إلى المجموعة. تعيد التجربة 4 مرات. معلوم أنّ فقط قسم من القطط التي

داعبتها منى هي معافاة. احسب الاحتمال بأن يكون معظمهم معافون.

الفصل الثاني- الهندسة وحساب المثلثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن سؤال واحد من الأسئلة 4-5



4. في مثلث ΔABC قائم الزاوية محصور المربع $DEFG$ كما هو مبين بالرسم.

أ. برهن أن: $FG^2 = CD \cdot BE$.

ب. مساحة المربع $DEFG$ هي 144 سم².

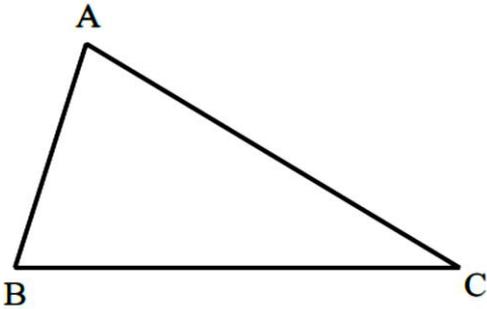
مساحة المثلث ΔCDF أكبر بـ $\frac{16}{9}$ مرات من مساحة المثلث ΔBEG .

احسب محيط شبه المنحرف $BCGF$.

ج. لمتوازي الاضلاع $BCGF$ حدّد هل يمكن:

1. حصره داخل دائرة. علّل.

2. حصر دائرة بداخله. علّل.



5. في المثلث ΔABC معطى: $AC=2m$ ، $AB=m$.

نرمز: $\angle BAC = \alpha$ $\angle ABC = \beta$.

أ. عبّر بدلالة m و α عن طول الضلع BC .

ب. حدّد هل يمكن أن يكون محيط المثلث ΔABC أصغر من $4m$. علّل اجابتك.

ج. عبّر بدلالة α عن قيمة $\cos\beta$.

د. معطى: $\cos\beta = 0.25$. بدون إيجاد الزوايا α و β ، عبّر بدلالة m عن

مساحة المثلث ΔABC .

الفصل الثالث- الجبر والاحتمال (40 درجة)

حساب النفاضل والتكامل للدوال متعدّدة الحدود، لدوال الجذر، للدوال النسبية والدوال المثلثية

أجب عن سؤالين من الأسئلة 6-8 (لكل سؤال 20 درجة)

6. معطاة الدالة $f(x) = x^2 \cdot \cos x$ في المجال: $-0.5\pi \leq x \leq 0.5\pi$.

أ. حدّد هل الدالة $f(x)$ زوجية، فردية، ليست فردية وليست زوجية.

ب. جد إحداثيات نقاط تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحورين بالمجال: $-0.5\pi \leq x \leq 0.5\pi$.

ج. اشرح لماذا الدالة $f(x)$ غير سالبة في المجال المعطى.

د. بيّن أن قسم من النقاط التي تقع على الرسم البياني للدالة $f(x)$ والتي فيها $f'(x) = 0$ تحقق: $\tan x = \frac{2}{x}$.

هـ. معطى الرسمين البيانيين للدالتين: $g(x) = \frac{2}{x}$ و $h(x) = \tan x$

في المجال: $-0.5\pi \leq x \leq 0.5\pi$.

كم حلّاً في المجال: $-0.5\pi \leq x \leq 0.5\pi$ يوجد للمعادلة $f'(x) = 0$.

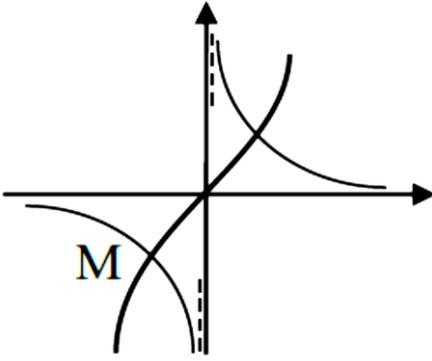
و. الرسمان البيانيان للدالتين $g(x), h(x)$ يتقاطعان أيضاً في النقطة M

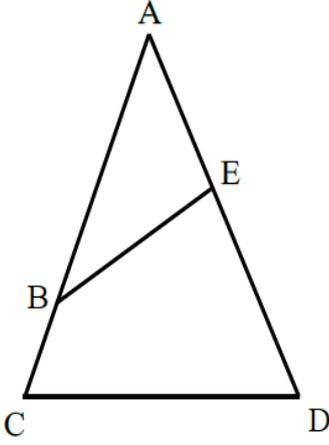
التي الإحداثي y لها هو: -1.858 .

أجب عن الأقسام التالية في المجال: $-0.5\pi \leq x \leq 0.5\pi$.

1. جد قيم x للنقاط القصوى الداخلية للدالة $f(x)$.

2. أرسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$ في المجال المعطى.





7. في المثلث ΔACD النقطتان B و E تقعان على الضلعين AC و AD بالتلازم.

نرمز: $BC=x$ ، $\angle CAD$ ، معطى: $AE=2BC$ ، $DE=AB=3BC$.

مساحة الشكل الرباعي $BCDE$ هو 35 سم².

أ. عبّر بدلالة x عن $\sin \alpha$.

ب. معطى: الزاوية α هي حادة. برهن أنّ: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{x^4-25}}{x^2}$.

ب. عبّر بدلالة x عن قيمة التعبير BE^2 .

ج. جد لأية قيمة ل- x تكون قيمة التعبير BE^2 أصغر ما يمكن.

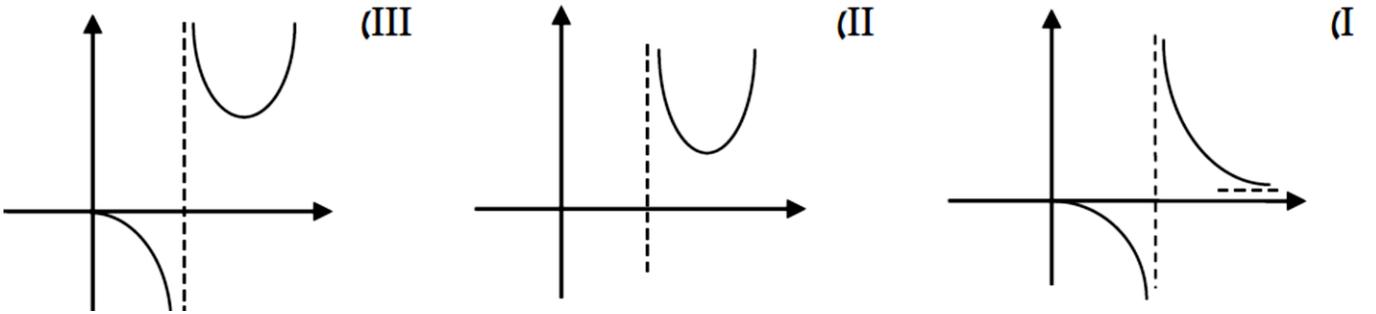
د. معطى أنه عندما يكون التعبير BE^2 أصغر ما يمكن أيضاً طول القطعة BE أصغر

ما يمكن. جد أقل قيمة ممكنة للقطعة BE .

8. معطاة الدوال: دالة 1: $y = \frac{x+1}{\sqrt{2x-2}}$ ، دالة 2: $y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ ، دالة 3: $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$

أ. جد مجال تعريف كل واحدة من الدوال.

ب. معطاة الخطوط البيانية للدوال الثلاث. حدّد أي رسم يلائم لكل دالة من الدوال:



ج. نعرّف الدوال: $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x-2}} + a$ ، $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ ، $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1} + b$.

عندما نرسم رسماً تقريبياً للدوال الثلاث على نفس هيئة المحاور، المستقيم $y=k$ يمرّ عبر النقاط القصوى للدوال الثلاث. جد a و b (ميّز بين الحالتين).

د. اختر أكبر قيم ل- a و b من بين القيم التي وجدتها.

لكل واحد من الادعاءات التالية حدّد صحيح أو غير صحيح. علّل إجابتك.

(1) للمعادلة $g(x) = k + 1$ يوجد حلول أكثر من المعادلة $h(x) = 2k$.

(2) بالتأكد يتحقق: $8 < \int_2^4 h(x) dx$.